

التعداد

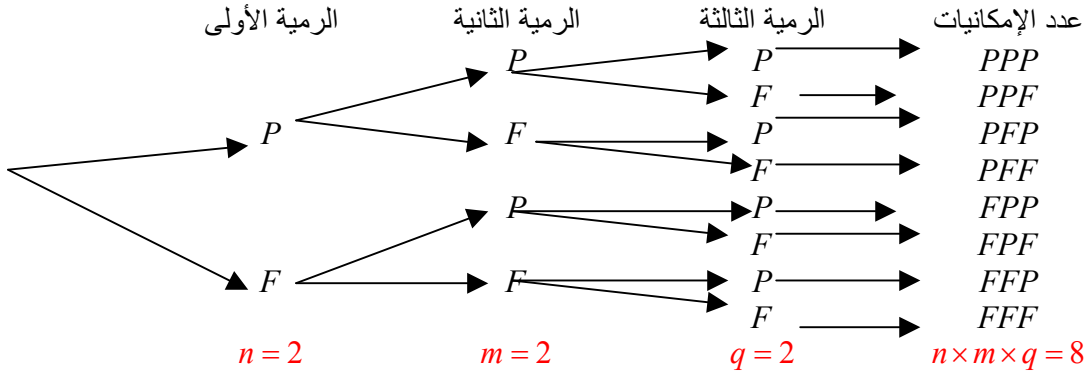
1) المبدأ العام للتعداد

أ-نشاط

نذكر أن قطعة نقود تتكون من وجهين $(P; F)$ نرمي قطعة نقود ثلاث مرات . ما هو عدد الإمكانيات .

الجواب :

شجرة الاختيارات أو السبل



عدد الإمكانيات هو $n \times m \times q = 8$

ب-تعريف

نعتبر مثلا 3 اختيارات
إذا كان الاختيار الأول يتم ب n كيفية **مختلفة** و الاختيار الثاني يتم ب m كيفية **مختلفة** و الاختيار الثالث يتم ب q كيفية **مختلفة** فإن عدد الكيفيات التي يتم بها هذه الاختيارات هو : $n \times m \times q$ (المبدأ العام للتعداد)

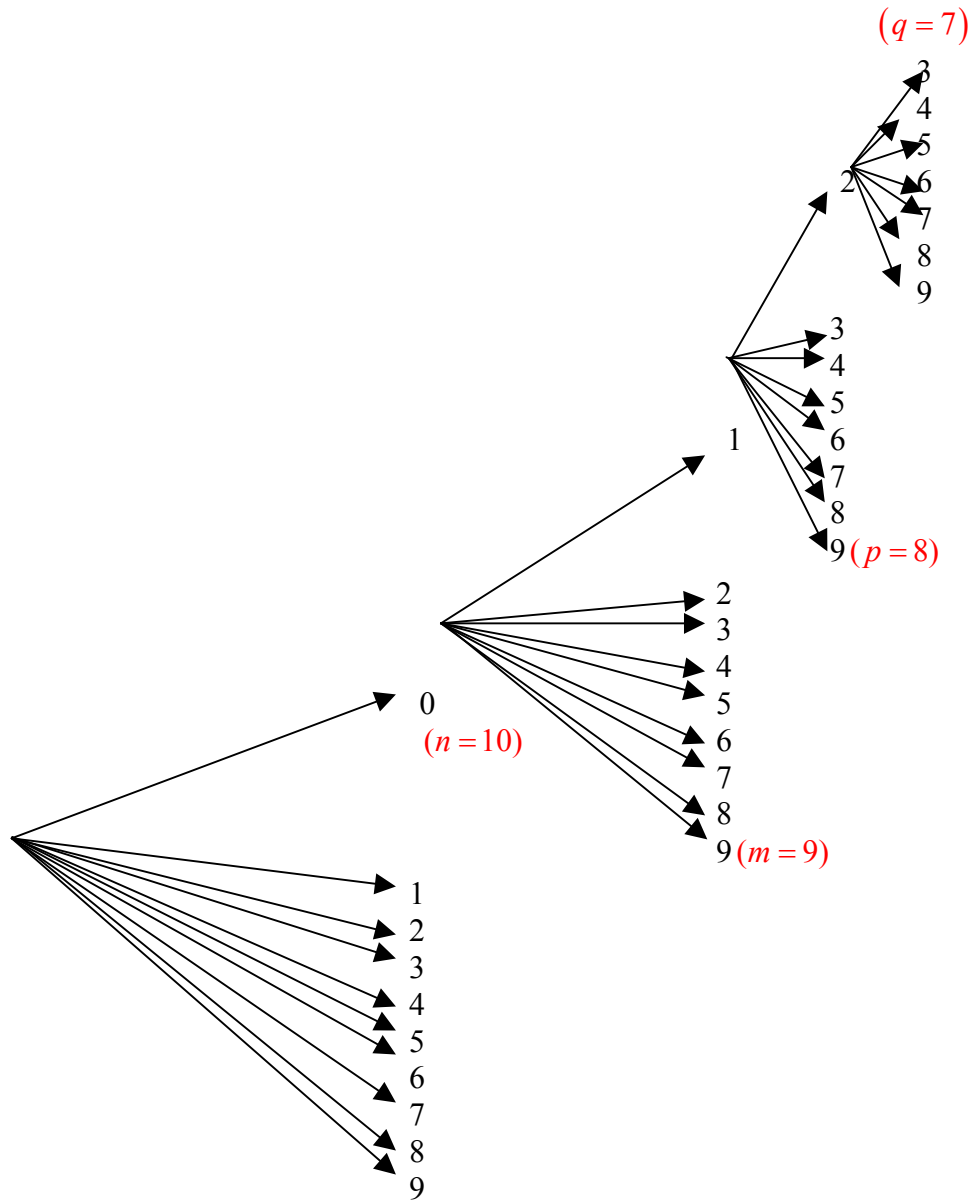
2) الترتيبات

أ-نشاط

لتشغيل الهاتف المحمول ، يجب الضغط على الأزرار التي تحمل الأرقام الأربعة المكونة للرقن السري حسب ترتيبها و إلا يغلق تلقائيا .

- ما عدد الأقفان السرية الممكنة إذا افترضنا أن الأرقام المكونة لها لا يمكن تكرارها ؟
- نفترض أن الأرقام المكونة للرقن السري هي 1،2،3،4 ما عدد الأقفان السرية الممكنة ؟

الجواب



السؤال الأول

-لا حظ أنه يمكننا اختيار الرقم الأول للقفن من بين 10 أرقام **مختلفة** أما الثاني ب 9 كصفات مختلفة حتى لا يتكرر العدد و الثالث إذن من بين 8 و الرابع من بين 7 . نقول لقد رتبنا 4 أرقام من بين 10 أرقام و كل نتيجة هي عبارة عن ترتيبية .

حسب المبدأ العام للتعداد فإن عدد هذه الترتيبات هو $10 \times 9 \times 8 \times 7$ و نرسم له ب A_{10}^4 أي $A_{10}^4 = 10 \times 9 \times 8 \times 7$

لاحظ أنه في الكتابة A_{10}^4 العدد 4 يشير إلى عدد عوامل الجداء

لاحظ أنه في الكتابة A_{10}^4 العدد 10 يمثل العدد الذي يبدأ منه الجداء في اتجاه تناقصي

السؤال الثاني

في السؤال الثاني سوف نرتب 4 أرقام من بين 4 أرقام أي : $A_4^4 = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

ب-تعريف

لتكن p و n عددين صحيحين طبيعيين حيث $1 \leq p \leq n$.
كل ترتيب ل p عنصر مختار من بين n عنصر يسمى ترتيبية ل p عنصر من بين n . و نرسم لعدد الترتيبات ل p عنصر من بين n بالرمز $A_n^p = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots$
من العوامل p

(3) التبادلات

أ-تعريف

ليكن n عددا صحيحا طبيعيا و غير منعدم. نسمي **تبديلة** كل ترتيبية ل n عنصر من بين n عنصر.
نرسم لعدد التبادلات ل n عنصر بالرمز $n!$ أي $n! = A_n^n = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 2 \times 1$

$$0! = 1$$

ب-أمثلة

احسب مايلي :

$$A_6^2; A_7^3; A_6^3; A_6^6; 3!; 4!;$$

$$A_6^2 = 6 \times 5 = 30$$

$$A_7^3 = 7 \times 6 \times 5 = 210$$

$$A_6^3 = 6 \times 5 \times 4 = 120$$

$$A_6^6 = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$$

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

$$4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

(4) التاليفات

أ-نشاط

لاجتياز امتحان شفوي على كل تلميذ أن يجيب على السؤالين المسحوبين **عشوائيا** من بين الأسئلة الخمسة المقترحة ما هو عدد السحبات ؟

بطبيعة الحال الأسئلة المسحوبة هي عبارة عن أجزاء تتكون من سؤالين :

$$\{-\{Q_3; Q_5\} - \{Q_3; Q_4\} - \{Q_2; Q_5\} - \{Q_2; Q_4\} - \{Q_2; Q_3\} - \{Q_1; Q_5\} - \{Q_1; Q_4\} - \{Q_1; Q_3\} - \{Q_1; Q_2\} - \{Q_4; Q_5\}\}$$

إذن عدد السحبات هو 10.

كل جزء من هذه الأجزاء يسمى تاليفة ل عنصرين من بين 5 عناصر و عدد هذه التاليفات هو 10 و نرسم له ب C_5^2 أي

$$C_5^2 = 10. \text{ (لاحظ أن } C_5^2 = \frac{A_5^2}{2!} = \frac{5 \times 4}{2} = 10 \text{) بصفة عامة إذن: } C_n^p = \frac{A_n^p}{p!} = \frac{A_n^p \times (n-p)!}{p!(n-p)!} = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

أ-تعريف

لتكن E مجموعة تحتوي على n عنصر. كل جزء من E يحتوي على p عنصر ($p \leq n$) يسمى **تاليفة** ل p عنصر من بين n عنصر. نرسم لعدد التاليفات ل p عنصر من بين n بالرمز C_n^p .

$$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$$

ج-أمثلة

احسب : $C_n^0, C_n^1, C_n^n, C_n^{n-1}, C_5^0, C_7^1, C_{13}^{13}, C_5^4, C_8^3$

$$C_n^0 = \frac{n!}{0! \times n!} = \frac{n!}{n!} = 1$$

$$C_n^1 = \frac{n!}{1! \times (n-1)!} = \frac{(n-1)! \times n}{(n-1)!} = n$$

$$C_n^n = \frac{n!}{n! \times 0!} = 1$$

$$C_n^{n-1} = \frac{n!}{(n-1)! \times 1!} = \frac{(n-1)! \times n}{(n-1)!} = n$$

$$C_5^0 = 1$$

$$C_7^1 = 7$$

$$C_{13}^{13} = 1$$

$$C_5^4 = 5$$

$$C_8^3 = \frac{8!}{3! \times 5!} = \frac{5! \times 6 \times 7 \times 8}{3! \times 5!} = \frac{6 \times 7 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 7 \times 8 = 56$$

5) السحب الآتي السحب بالتتابع و بدون إحلال

يحتوي صندوق على **كرتين** سوداوتين و **ثلاث** كرات حمراء و **خمس** كرات صفراء .
نسحب **ثلاث** كرات من هذا الصندوق.

ما هو عدد السحبات الممكنة في الحالات التالية

أ- إذا كان السحب أنيا ؟

ب- إذا كان السحب بالتتابع و بدون إحلال؟

ت- إذا كان السحب بالتتابع و بإحلال؟

$$أ- C_{10}^3 = \frac{10!}{3! \times 7!} = \frac{7! \times 8 \times 9 \times 10}{6 \times 7!} = \frac{8 \times 9 \times 10}{6} = 4 \times 3 \times 10 = 120$$

$$ب- C_{10}^1 \times C_9^1 \times C_8^1 = 10 \times 9 \times 8 = 720 \quad \text{أو} \quad A_{10}^3 = 10 \times 9 \times 8 = 720$$

$$ت- C_{10}^1 \times C_{10}^1 \times C_{10}^1 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$$